

Testare pentru admitere la Centrul de pregătire LIIS STEM JUNIOR  
22.10.2024

BAREM DE CORECTARE ȘI DE NOTARE

- Se acordă din oficiu 30 de puncte.

Subiectul I (30 de puncte)

Determină valoarea numărului  $n$ , știind că:

$$2024 - 4 \cdot [2024 - 4 \cdot (2024 - n)] = 2008.$$

Barem de notare - Subiectul I

30 de puncte

Avem:

$$4 \cdot [2024 - 4 \cdot (2024 - n)] = 2024 - 2008 = 16 \dots\dots\dots 6 \text{ puncte}$$

$$2024 - 4 \cdot (2024 - n) = 16 : 4 = 4 \dots\dots\dots 6 \text{ puncte}$$

$$4 \cdot (2024 - n) = 2024 - 4 = 2020 \dots\dots\dots 6 \text{ puncte}$$

$$2024 - n = 2020 : 4 = 505 \dots\dots\dots 6 \text{ puncte}$$

$$n = 2024 - 505 = 1519 \dots\dots\dots 6 \text{ puncte}$$

Subiectul al II-lea(30 de puncte)

Se consideră șirul 5, 6, 8, 11, 12, 14, 17, 18, 20, 23, ....

- Determină al 23-lea termen din șir.
- Care este suma primilor 100 de termeni?
- Determină al 2024-lea termen din șir.

Barem de notare - Subiectul al II-lea

30 de puncte

Pentru început, vom scrie mai întâi numerele din șir în felul următor (până la al 24-lea termen):

|    |    |    |                 |
|----|----|----|-----------------|
| 5  | 6  | 8  | <i>rândul 1</i> |
| 11 | 12 | 14 | <i>rândul 2</i> |
| 17 | 18 | 20 | <i>rândul 3</i> |
| 23 | 24 | 26 | <i>rândul 4</i> |
| 29 | 30 | 32 | <i>rândul 5</i> |
| 35 | 36 | 38 | <i>rândul 6</i> |
| 41 | 42 | 44 | <i>rândul 7</i> |
| 47 | 48 | 50 | <i>rândul 8</i> |
| ⋮  | ⋮  | ⋮  | ⋮               |

În felul acesta, observăm că numerele scrise pe coloane sunt din 6 în 6. Mai mult, numerele din coloana a doua se împart exact la 6 și respectă regula următoare: dacă ne aflăm pe rândul  $n$ , atunci numărul din mijloc este  $6 \times n$ .

a) În orice caz, al 23-lea termen din sumă este 48. .... **10 puncte**

b) Primii 99 de termeni se află pe primele 33 rânduri. Al 33-lea rând este:  $6 \times 33 - 1$ ,  $6 \times 33$  și  $6 \times 33 + 2$ , adică 197, 198 și 200. Al 34-lea termen este  $6 \times 34 - 1 = 203$ . .... **2 puncte**

Avem de calculat trei sume: suma numerelor de pe prima coloană, de pe a doua coloană și de pe ultima coloană.

Prima sumă este  $S_1 = 5 + 11 + 17 + 23 + \dots + 197 + 203$  și are 34 de termeni. Prin urmare,  $S_1 = (203 + 5) \times 34 : 2 = 208 \times 17 = 3536$ . .... **2 puncte**

A doua sumă este  $S_2 = 6 + 12 + 18 + 24 + \dots + 198$  și are doar 33 de termeni. Prin urmare,  $S_2 = (198 + 6) \times 33 : 2 = 204 \times 33 : 2 = 102 \times 33 = 3366$ . .... **2 puncte**

A treia sumă este  $S_3 = 8 + 14 + 20 + 26 + \dots + 200$  și are doar 33 de termeni. Prin urmare,  $S_3 = (200 + 8) \times 33 : 2 = 208 \times 33 : 2 = 104 \times 33 = 3432$ . .... **2 puncte**

În concluzie, suma căutată este  $3536 + 3366 + 3432 = 10334$ . .... **2 puncte**

c) Al 2024-lea termen din șir se află pe rândul 675 deoarece  $2024 : 3 = 674$ , rest 2. Cu alte cuvinte, pe primele 674 scriem primele  $674 \times 3 = 2022$  de termeni. Prin urmare, al 2024-lea termen este termenul din mijloc de pe rândul 675, adică  $6 \times 675 = 4050$ . .... **10 puncte**

### Subiectul al III-lea (30 de puncte)

Răzvan a scris toate numerele naturale de la 1 la 105 pe șapte coloane, apoi a încadrat într-un chenar patru numere, precum în figura de mai jos. Răzvan a observat că suma numerelor din chenarul marcat este 32, iar numărul din colțul din stânga-sus este 4.

|     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   |
| 8   | 9   | 10  | 11  | 12  | 13  | 14  |
| 15  | 16  | 17  | ... | ... | ... | ... |
| ... | ... | ... | ... | ... | ... | ... |
| 92  | 93  | 94  | 95  | 96  | 97  | 98  |
| 99  | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 |

Răzvan a marcat apoi un alt chenar, care conținea numere a căror sumă este 372. Care este numărul din colțul din stânga-sus din cel de-al doilea chenar marcat de Răzvan?

### Barem de notare - Subiectul al III-lea

**30 de puncte**

Observăm că numerele din chenar sunt de forma:

|         |         |
|---------|---------|
| $n$     | $n + 1$ |
| $n + 7$ | $n + 8$ |

..... **10 puncte**

Atunci avem:

$n + n + 1 + n + 7 + n + 8 = 372$  ..... **5 puncte**

$4n + 16 = 372$  ..... **5 puncte**

$4n = 372 - 16 = 356$  ..... **5 puncte**

Atunci  $n = 356 : 4 = 89$ . .... **5 puncte**

### Subiectul al IV- lea (30 de puncte)

Ioana deține patru vase: unul de 800 ml, unul de 500 ml, unul de 400 ml și altul de 250 ml. Dacă, la început, vasul de 800 ml era plin cu apă, iar toate celelalte erau goale, oferă un mod prin care putem turna apa dintr-un vas într-altul astfel încât să obținem într-un vas exact 200 ml, fără a avea posibilitatea de a efectua vreo măsurătoare în vreun moment (inclusiv cântăriri).

#### Barem de notare - Subiectul al IV-lea

30 de puncte

În cele ce urmează, vom scrie mai întâi cantitatea de apă din vasul de 800 ml, apoi din cel de 500 ml, apoi din cel de 400 ml, iar la urmă pe cea din vasul de 250 ml. Astfel, la momentul inițial avem:

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 800 ml | 500 ml | 400 ml | 250 ml |
| 800 ml | 0 ml   | 0 ml   | 0 ml   |

Umplem mai întâi vasul de 500 ml cu apă din vasul de 800 ml și ne rămân 300 în cel de 800, iar cel de 500 este plin.

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 800 ml | 500 ml | 400 ml | 250 ml |
| 300 ml | 500 ml | 0 ml   | 0 ml   |

Umplem apoi vasul de 250 ml cu apa rămasă din vasul de 800 ml, adică cei 300 ml. Rămân astfel doar 50 ml în vasul de 800, iar vasul de 250 ml este plin.

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 800 ml | 500 ml | 400 ml | 250 ml |
| 50 ml  | 500 ml | 0 ml   | 250 ml |

Umplem apoi vasul de 400 ml cu apa din vasul de 500 ml care era plin. Rămân astfel 100 ml în vasul de 500 ml, iar vasul de 400 ml este plin.

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 800 ml | 500 ml | 400 ml | 250 ml |
| 50 ml  | 100 ml | 400 ml | 250 ml |

Vărsăm apoi tot vasul de 400 ml în vasul de 800 ml și obținem:

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 800 ml | 500 ml | 400 ml | 250 ml |
| 450 ml | 100 ml | 0 ml   | 250 ml |

Mutăm cei 100 ml din vasul de 500 ml în cel de 400 ml:

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 800 ml | 500 ml | 400 ml | 250 ml |
| 450 ml | 0 ml   | 100 ml | 250 ml |

Mutăm apoi cei 450 ml din vasul de 800 ml în cel de 500 ml:

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 800 ml | 500 ml | 400 ml | 250 ml |
| 0 ml   | 450 ml | 100 ml | 250 ml |

Dacă umplem acum vasul de 500 ml folosind apa din vasul de 250 ml, vom obține concluzia.

|        |        |        |        |
|--------|--------|--------|--------|
| 800 ml | 500 ml | 400 ml | 250 ml |
| 0 ml   | 500 ml | 100 ml | 200 ml |

..... 30 puncte

Orice alte soluții corecte vor fi punctate corespunzător!